

Выполнили студенты 321 группы:
Брызгалов Антон
Мирошник Владислав
Смирнов Александр
Аграновский Михаил

Задача 8: Доказать эквивалентность задачи ЛП задаче решения системы линейных уравнений с ограничением на неотрицательность переменных.

Доказательство:

Т.к. всякую задачу ЛП можно свести к эквивалентной ОзЛП (утверждение доказано на лекции), имеем:

$$\min[yA = c, y \in R^m, y \geq 0](b, y) \sim \max[x \in R^n: Ax \leq b](c, x) \sim \begin{cases} Ax \leq b \\ (c, x) = (b, y) \\ yA = c \\ y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Последний переход выполняется как следствие из теоремы о двойственности ЛП.

Теперь перед нами встает задача избавиться в системе (*) от неравенств.

$$] x = x_1 - x_2, x_{1,2} \geq 0, x_{1,2} \in R^n$$

$$\text{Тогда } (*) \sim \begin{cases} A(x_1 - x_2) + Et = b \\ (c, x_1 - x_2) - (b, y) = 0 \\ y^T A^T = c^T \\ y \geq 0, x_{1,2} \geq 0, t \geq 0 \end{cases}, \text{ где } E - \text{единичная матрица соответствующего размера.}$$

Имеем систему из 2 уравнений и 3 неравенств, означающих неотрицательность переменных в этих уравнениях. **Задача доказана.**

Примечание к оформлению: векторы обозначены в формулах **полужирным прямым кеглем**.